

**令和2年度
京都府公立高校前期入学試験
共通問題 数学 解答
第2版**

Dr.竹中英数塾

2010/3/13

大問 1

$$(1) 8 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - (-4^2)$$

$$= 8 \times \frac{9}{4} + 16$$

$$= 2 \times 9 + 16 = 34 //$$

$$(2) \frac{4a-3}{6} - \frac{6a-5}{9}$$

$$= \frac{3(4a-3) - 2(6a-5)}{18}$$

$$= \frac{12a-9-12a+10}{18} = \frac{1}{18} //$$

$$(3) \frac{2}{3} x^2 y^3 \div \left(-\frac{1}{8} xy\right) \div \frac{4}{9} y$$

$$= -\frac{2x^{\cancel{2}} y^{\cancel{3}} \times \cancel{8}^2 \times \cancel{9}^3}{\cancel{1} \times \cancel{x} \times \cancel{y} \times \cancel{4} \times \cancel{y}} = -12xy //$$

$$(4) 4^2 \times \cancel{\pi} \times \frac{x}{360} = 6\cancel{\pi}$$

$$\frac{\cancel{16}^2}{\cancel{360}^{45}} x = 6$$

$$x = \frac{6 \times 45}{2} = 135^{\circ} //$$

$$(5) \begin{cases} ax - by = 23 \\ 2x - ay = 31 \end{cases} \quad \wedge \quad (x, y) = (5, -3) \text{ を代入} \Rightarrow \begin{cases} 5a + 3b = 23 \dots ① \\ 10 + 3a = 31 \dots ② \end{cases}$$

②より

$$3a = 21$$

$$a = 7 \rightarrow ① \text{ 代入}$$

$$5 \times 7 + 3b = 23$$

$$3b = 23 - 35 = -12$$

$$b = -4$$

$$\therefore (a, b) = (7, -4) //$$

$$(6) a^2 + 12a + 35$$

$$= (a+5)(a+7) \quad \because a = \sqrt{30} - 6 \text{ を代入}$$

$$\therefore \text{式} = (\sqrt{30} - 6 + 5)(\sqrt{30} - 6 + 7)$$

$$= (\sqrt{30} - 1)(\sqrt{30} + 1)$$

$$= (\sqrt{30})^2 - 1^2$$

$$= 30 - 1 = 29 //$$

大問 1. 続き

$$(7) 3x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 + 3 \times 4}}{3}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{28}}{3} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

(8) $x < 0$ で $x \rightarrow \infty$, $y \rightarrow \infty$ は、一次関数で $a > 0$ と、
二次関数で $a < 0$ なので、

$$(ア) y = 2x, (ウ) y = 2x - 1, (カ) y = -2x^2$$

(9) 白玉 4 個を 1, 2, 3, 4, 黒玉 2 個を ⑤, ⑥ とする。

2 個取り出す方法は、 $6 \times 5 = 30$ 通り

2 個とも黒玉を取り出す方法は、 $2 \times 1 = 2$ 通り

よって、少なくとも黒玉が 1 個残るのは、黒玉 2 個の余事象
なので、

$$1 - \frac{2}{30} = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

大問 2.

(1) 1年生は 50人なので、中央値は、25番目と26番目の平均値。

$$2 + 6 + 10 + 8 = 26 \text{ なので、中央値は、}$$

6冊以上8冊未満の階級にある。

考え得る中央値は、

$$\frac{6+6}{2} = 6, \quad \frac{6+7}{2} = 6.5, \quad \frac{7+7}{2} = 7.$$

よって、(ア) 6冊, (イ) 6.5冊, (ウ) 7冊。

(2). 4冊以上6冊未満の相対度数

$$= \frac{10}{50} = \frac{X}{40}$$

$$X = 40 \times \frac{1}{5} = 8$$

1年生の8冊以上10冊未満の相対度数

$$= \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

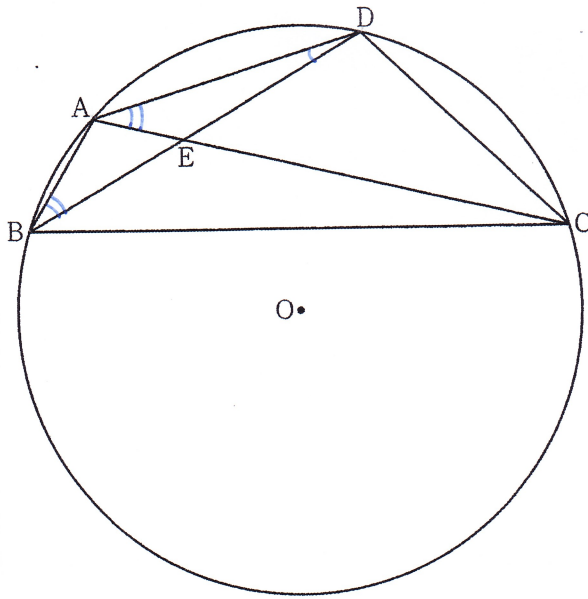
$$\text{よって } \frac{Y}{40} > \frac{3}{10} \quad Y > 40 \times \frac{3}{10} \quad Y > 12$$

$$Y + Z = 40 - (X + 2 + 6 + 4 + 6) \\ = 40 - 26 = 14$$

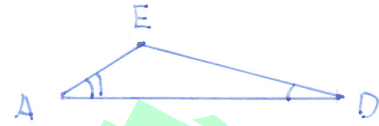
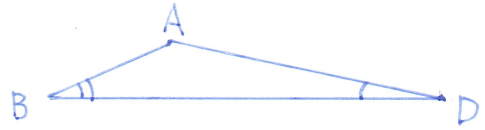
$$Y > 12, Z \geq 1 \quad \text{よって} \quad Y = 13, Z = 1$$

$$\therefore X = 8, Y = 13, Z = 1$$

大問 3



(1)



証明)

 $\triangle ABD$ と $\triangle EAD$ において.

共通な角なので.

$$\angle ADB = \angle EDA \dots \textcircled{1}$$

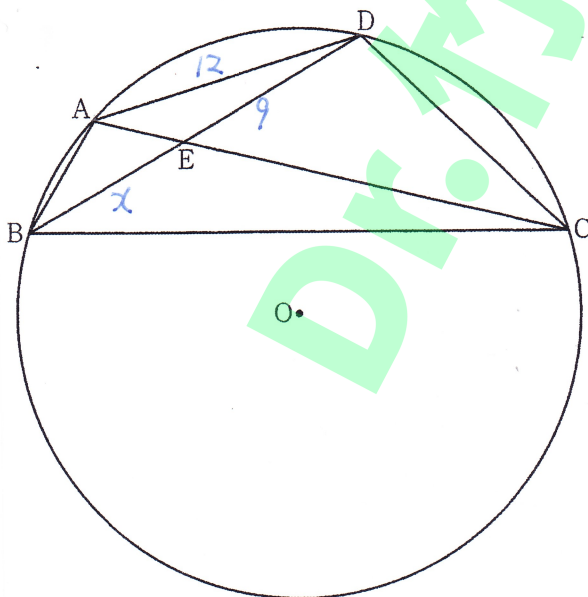
仮定より, $\widehat{AD} = \widehat{CD}$ で, 等しい弧に対する円周角は等しいので.

$$\angle ABD = \angle EAD \dots \textcircled{2}$$

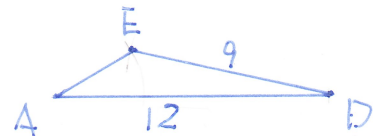
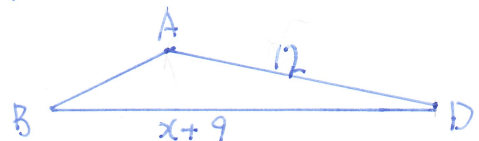
①, ② より 2つの角がそれぞれ等しいので.

$$\triangle ABD \sim \triangle EAD //$$

証明終わり



(2)



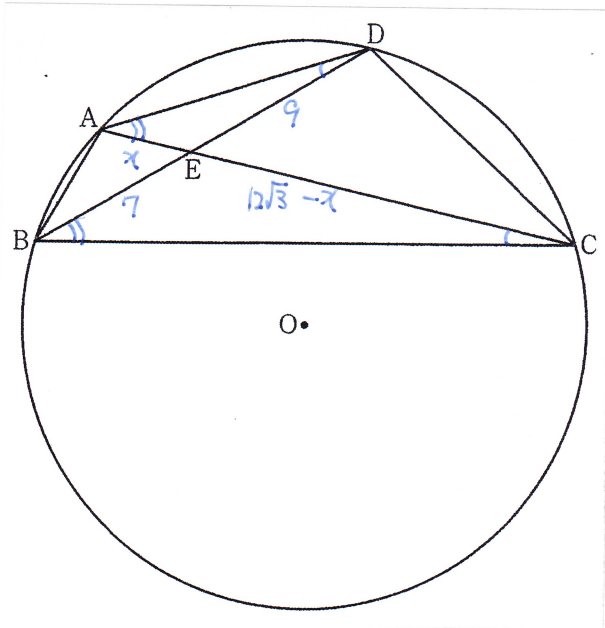
$$(1)より, BD : AD = AD : ED$$

$$AD = 12, DE = 9,$$

$$BE = x とすると BD = x + 9$$

$$x + 9 : 12 = 12 : 9$$

大問 3 (3) 続き No.1

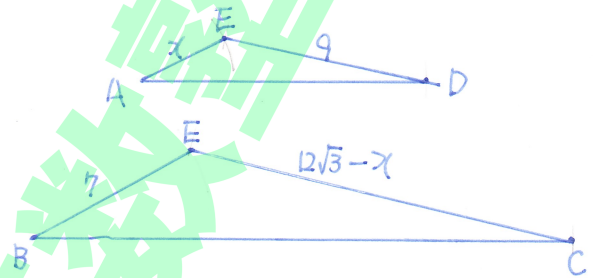
 $\triangle EAD \sim \triangle EBC$ なのて

$$\therefore \angle EAD = \angle EBC, \\ \angle AED = \angle BEC$$

$$AE : BE = ED : EC$$

$$AE = x \quad BE = 7$$

$$ED = 9 \quad EC = 12\sqrt{3} - x$$



$$x : 7 = 9 : 12\sqrt{3} - x$$

$$x(12\sqrt{3} - x) = 63$$

$$12\sqrt{3}x - x^2 = 63$$

$$\therefore x^2 - 12\sqrt{3}x + 63 = 0$$

$$x = 6\sqrt{3} \pm \sqrt{(-6\sqrt{3})^2 - 63}$$

$$= 6\sqrt{3} \pm \sqrt{108 - 63}$$

$$= 6\sqrt{3} \pm \sqrt{45}$$

$$= 6\sqrt{3} \pm 3\sqrt{5}$$

$$AE < EC \text{ より } AE = x = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{5} \dots \textcircled{2}$$

$$AC = 12\sqrt{3} \text{ cm, } \textcircled{1} \triangle ADC = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ } \textcircled{2} AE = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{5} \text{ より}$$

$$\triangle EAD = \triangle ADC \times \frac{AE}{AC}$$

$$= 36\sqrt{3} \times \frac{6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{12\sqrt{3}}$$

$$= 3(6\sqrt{3} - 3\sqrt{5})$$

$$\triangle EAD = 3(6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) \dots \textcircled{3}$$

③ $\triangle EBC$

$$\triangle EAD \sim \triangle EBC \text{ より } AE = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}, BE = 7 \text{ より}$$

$$\triangle EAD : \triangle EBC = AE^2 : BE^2$$

$$= (6\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2 : 7^2$$

大問3 (3) 続き No.2

$$\triangle EBC = \frac{7^2}{(6\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2} \triangle EAD$$

③ 2代λ

$$\begin{aligned} \triangle EBC &= \frac{7^2}{(6\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2} \times 3(6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) \\ &= \frac{3 \times 7^2}{6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}} \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

④ $\triangle ABC$

$$\triangle ABC : \triangle EBC = AC : EC$$

$$AC = 12\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$EC = AC - AE = 12\sqrt{3} - (6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}) \quad \therefore \textcircled{2}$$

$$= 6\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$$

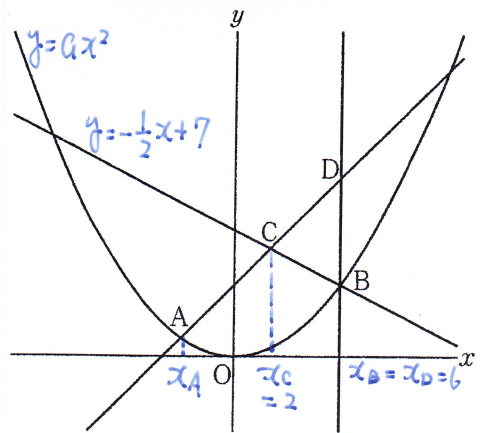
$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{AC}{EC} \times \triangle EBC \\ &= \frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} \times \frac{3 \times 7^2}{6\sqrt{3} - 3\sqrt{5}} \quad \therefore \textcircled{4} \\ &= \frac{2^2 \times 3^2 \times 7^2 \times \sqrt{3}}{(6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{2^2 \times 3^2 \times 7^2 \times \sqrt{3}}{108 - 45} \\ &= \frac{2^2 \times 3^2 \times 7^2 \times \sqrt{3}}{63} \\ &= \frac{2^2 \times 3^2 \times 7^2 \times \sqrt{3}}{3^2 \times 7} = 2^2 \times 7 \times \sqrt{3} = 28\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\triangle ABC = 28\sqrt{3} \text{ cm}^2 //$$

Appendix 1c (3) 別解

2020/3/13

大問 4



(1) B点のy座標を求める。

$$x=6 \text{ を } y=-\frac{1}{2}x+7 \text{ に代入して}$$

$$y=-\frac{1}{2} \times 6 + 7 = -3 + 7 = 4$$

B(6, 4)を $y=ax^2$ に代入して

$$4 = a \times 6^2$$

$$36a = 4$$

$$\therefore a = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} //$$

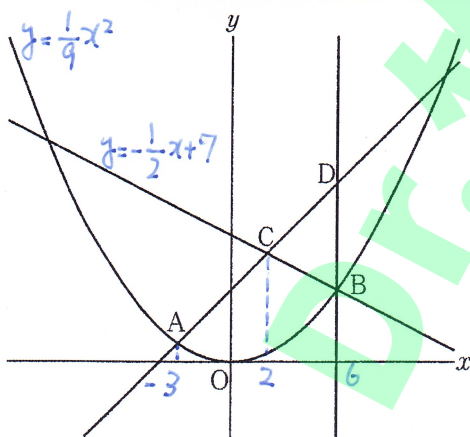
点Aのx座標を x_A とすると。AC:CD=5:4より。

$$x_C - x_A : x_D - x_C = 5 : 4 \quad x_C = 2, x_D = 6 \text{ を代入して}$$

$$2 - x_A : 6 - 2 = 5 : 4,$$

$$2 - x_A : 4 = 5 : 4$$

$$4(2 - x_A) = 20, \quad 2 - x_A = 5, \quad x_A = -3$$

 $\therefore$ Aのx座標 = -3 //(2) $y = \frac{1}{9}x^2$ に $x = -3$ を代入して。

$$y = \frac{1}{9} \times (-3)^2 = 1$$

よって、A(-3, 1)

 $y = -\frac{1}{2}x + 7$ に $x = 2$ を代入して

$$y = -\frac{1}{2} \times 2 + 7 = 6$$

よって、C(2, 6)

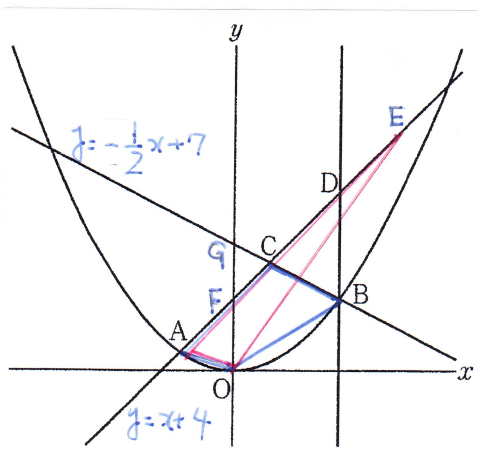
大問4 (2) 続き

2点ACを通る直線は. $y = \frac{6-1}{2-(-3)}x + b = x + b$

C点座標を代入.

$$6 = 2 + b \quad \therefore b = 4$$

$$\therefore \text{よって } y = x + 4 //$$

(3) 四角形 OBCA と $\triangle OEA$ は. $\triangle OFA$ を共有するので.四角形 OBCA = $\triangle OEA$ のとき.四角形 OBCF = $\triangle OEF$ が成り立つ.

$$\text{四角形 OBCF} = \triangle OBG - \triangle FCG$$

B(6, 4), C(2, 6), F(0, 4), G(0, 7) より.

$$\triangle OBG = \frac{1}{2} \times 7 \times 6 = 21$$

$$\triangle FCG = \frac{1}{2} \times (7-4) \times 2 = 3$$

$$\text{よって 四角形 OBCF} = 21 - 3 = 18$$

$$\triangle OEF = \frac{1}{2} \times OF \times E \text{ の } x \text{ 座標} = \frac{1}{2} \times 4 \times x_E = 2x_E$$

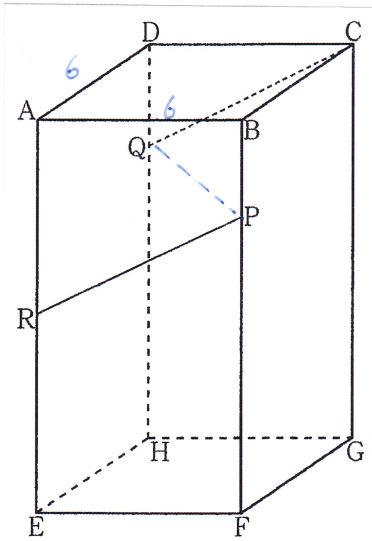
$$2x_E = 18 \quad \text{より} \quad x_E = 9$$

$$y = x + 4 \text{ に } x = x_E = 9 \text{ を代入.}$$

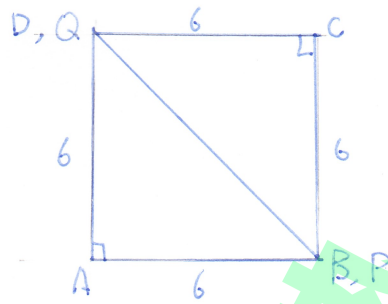
$$y = 9 + 4 = 13$$

$$\text{よって } E(9, 13) //$$

大問 5

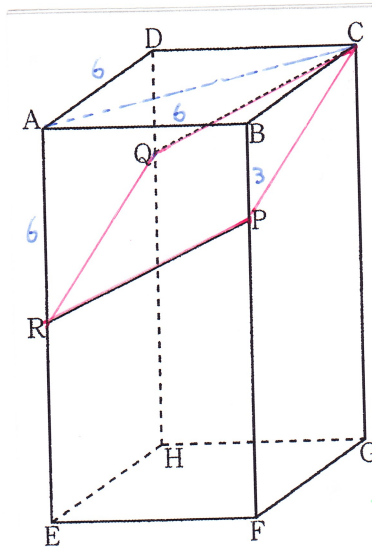


(1) 平面図を描くと.

 $\triangle CQP$ は 直角二等辺三角形 なのて..

$$PQ = \sqrt{2} AB$$

$$\therefore PQ = 6\sqrt{2} \text{ cm} //$$

(2) $CQ = QR = RP = PC$ なのて.

四角形 CQRP は ㊤ 形 であろ.

$$BP = DQ = 3 \quad CQ \parallel PR \text{ だろ. } AR = 6$$

$$CR^2 = CA^2 + AR^2 = (6\sqrt{2})^2 + 6^2 = 108$$

$$CR = \sqrt{108} = \sqrt{2^2 \times 3^3} = 6\sqrt{3}$$

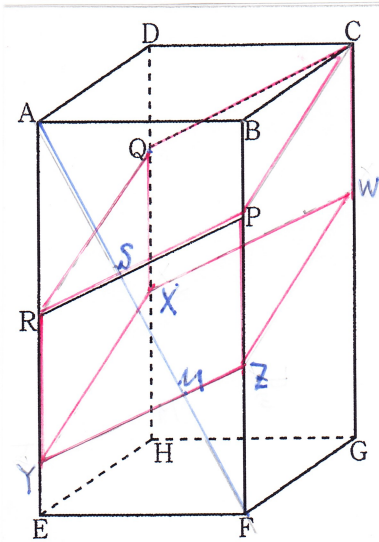
$$\text{四角形 CQRP} = \frac{1}{2} \times PQ \times CR$$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{6}$$

$$\therefore \text{四角形 CQRP} = 18\sqrt{6} \text{ cm}^2 //$$

大問 5 続き No. 1



(3) 考え方

三角錐 MCQP で、 $\triangle CQP$ を底面と考えると
時の高さを求めるのが困難なので、

平行六面体 CQRP-WXYZ の体積を求める

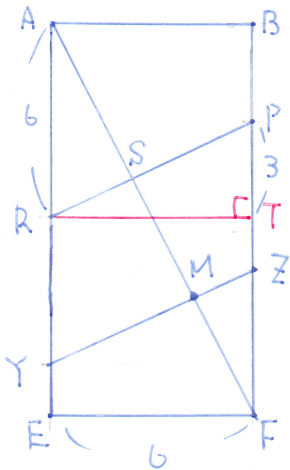
$$\text{四角錐 } M\text{-CQRP} = \frac{1}{3} \times \text{平行六面体 } CQRP\text{-WXYZ}$$

$$\text{三角錐 } M\text{-CQP} = \frac{1}{2} \times \text{四角錐 } M\text{-CQRP}$$

の順に求める

→ 平面 WXYZ は、平面 CQRP に平行で、点 M を通る。

① 平行四辺形 RYZP



$$\triangle ASR \sim \triangle AEF$$

なので、

$$AR:AF = AS:AE$$

$$AS = x \times \frac{3}{12}$$

$$AR = 6, AF = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$$

$$AE = 12 \text{ ㊟}$$

$$6:6\sqrt{5} = x:12$$

$$6\sqrt{5}x = 72$$

$$AS = x = \frac{72}{6\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}} = \frac{12}{5}\sqrt{5}$$

$$SM = \frac{AF - AS}{2} = \frac{1}{2} (6\sqrt{5} - \frac{12}{5}\sqrt{5}) = \frac{9}{5}\sqrt{5}$$

$\triangle ASR \sim \triangle AMY$ において、 $AR:RY = AS:SM$

$$AR = 6, RY = x, AS = \frac{12}{5}\sqrt{5}, SM = \frac{9}{5}\sqrt{5} \text{ ㊟}$$

$$6:x = \frac{12}{5}\sqrt{5} : \frac{9}{5}\sqrt{5} = 4:3$$

$$4x = 18$$

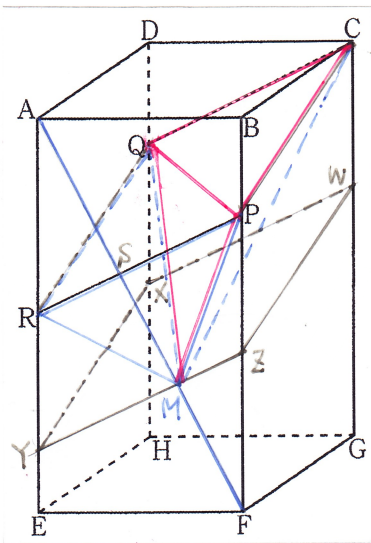
$$RY = x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

大問5 第3 No. 2

$$\text{平行四辺形} RYZP = RY \times AB = \frac{9}{2} \times 6 = 27$$

② 平行六面体 CQRP-WXYZ

$$\begin{aligned} \text{平行六面体} CQRP-WXYZ &= \text{平行四辺形} RYZP \times AD \\ &= 27 \times 6 \end{aligned}$$

③ 四角錐 M-CQRP $\rightarrow$ 三角錐 M-CQP

△形 CQRP を底面と考えると.

平行六面体 CQRP-WXYZ と、四角錐 M-CQRP は高さが同じなので.

$$\text{四角錐} CQRP = \frac{1}{3} \times \text{平行六面体} CQRP-WXYZ$$

さらに求める. 三角錐 M-CQP は、四角錐 M-CQRP の底面を $\frac{1}{2}$ したものである.

$$\text{三角錐} M-CQP = \frac{1}{2} \times \text{四角錐} M-CQRP$$

$$= \frac{1}{6} \times \text{平行六面体} CQRP-WXYZ$$

$$\text{従って } \text{三角錐} M-CQP = \frac{1}{6} \times 27 \times 6 = 27 \text{ cm}^3$$

大問 6

考え方:

「 n 回目の操作では、 n の約数を求め、その約数のうち9以下の数について、その数と同じ数が書かれた箱にそれぞれ1個の赤玉を入れる。」

⇒「 N ($N=1\sim 9$) の箱には、 $1\sim N$ までの N の倍数の個数の玉が入る。」

と考える。

(1) $N=6$ の箱で、 n 回目にはじめて3個、 m 回目ではじめて4個

$$n = 6 \times 3 = 18$$

$$m = 6 \times 4 = 24$$

了 18, 24 //

(2) a 回目で3の箱の赤玉がはじめて b 個

$$\rightarrow a = 3b \cdots \textcircled{1}$$

そこから、85回目の操作で8の箱の赤玉がはじめて b 個

$$\rightarrow a + 85 = 8b \cdots \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} a = 3b & \cdots \textcircled{1} \\ a + 85 = 8b & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{ を解く.}$$

①→②

$$3b + 85 = 8b$$

$$5b = 85$$

$$b = 17 \rightarrow \textcircled{1}$$

$$a = 3 \times 17 = 51$$

$$\therefore a = 51, b = 17 //$$

大問 6 続き

(3) 267回目までの4の箱の赤玉の個数.

$$267 \div 4 = 66 \cdots 3 \quad 66 \text{個} \cdots \textcircled{1}$$

267回目までの9の箱の赤玉の個数

$$267 \div 9 = 29 \cdots 6 \quad 29 \text{個} \cdots \textcircled{2}$$

n 回目、9の箱の黄玉の個数 = 4の箱の赤玉の個数
 になった時、9の箱の玉の総数(赤+黄)は.

①, ②より.

$$66 + 29 = 95 \text{ 個}$$

$$\text{よって } n = 9 \times 95 = 855 \text{ 回目}$$

$n = 855$ 回目での4の箱の玉の総数(赤+黄)は.

$$855 \div 4 = 213 \cdots 3 \quad 213 \text{個} \cdots \textcircled{3}$$

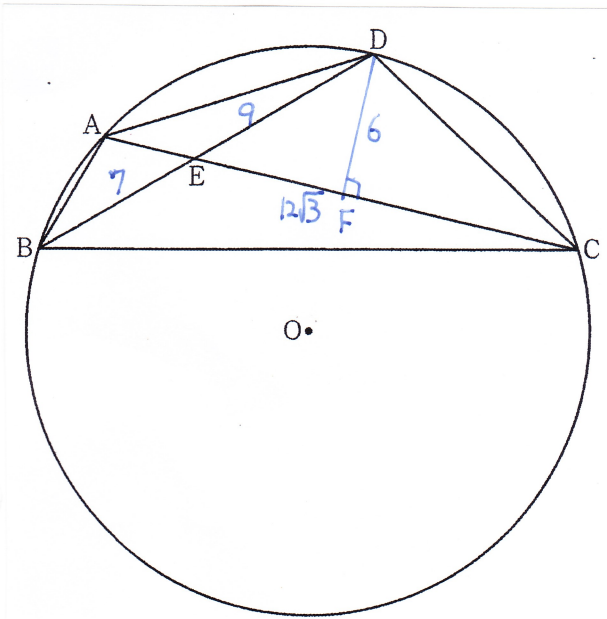
$n = 855$ 回目での4の箱の黄玉の個数は.

③ - ①より

$$213 - 66 = 147$$

$$\therefore 147 \text{ 個} //$$

大問3 (3) 別解

 $\triangle EBA$ と $\triangle EDA$ において.

$$BE:DE = 7:9 \text{ より}$$

$$\triangle EBA:\triangle EDA = 7:9$$

$$\text{よって, } \triangle EBA = \frac{7}{9} \triangle EDA$$

同様に (7. $\triangle EBC$ と $\triangle EDC$ で.

$$\triangle EBC = \frac{7}{9} \triangle EDC$$

$$\triangle ABC = \triangle EBA + \triangle EBC$$

$$= \frac{7}{9} \triangle EDA + \frac{7}{9} \triangle EDC$$

$$= \frac{7}{9} (\triangle EDA + \triangle EDC)$$

$$\triangle EDA + \triangle EDC = \triangle ADC \text{ となる.}$$

$$\triangle ABC = \frac{7}{9} \triangle ADC$$

$$AC = 12\sqrt{3}, \quad DF = 6 \text{ より}$$

$$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6 = 36\sqrt{3}$$

$$\text{よって, } \triangle ABC = \frac{7}{9} \times 36\sqrt{3} = 28\sqrt{3} \text{ cm}^2 //$$